

矩阵论模拟题一

共 4 道题 · 内容提取自网页存档

1 计算题 10 分

已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & -2 \\ -1 & -2 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 12 & -8 \\ 1 & 2 & 1 & 6 & -4 \end{pmatrix}$ 行等价于 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

(1) (7 分) 求 A 的满秩分解、和 A^+ ,

(2) (2 分) 给定 $b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, 求出 $Ax = b$ 的极小范数最小二乘解.

(3) (7 分) 写出 AA^+ 的 Smith 标准型,

(4) (7 分) 求 $\|\ln(AA^+ + E)\|_{\mathbb{F}}$.

2 计算题 10分

设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 3 & 7 \\ 6 & 9 & 7 & 13 \\ 4 & 5 & 9 & 14 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}.$

- (1) (7分) 求 A 的 LU 分解, 其中 L 为单位下三角矩阵, U 为上三角矩阵,
- (2) (7分) 利用 (1) 中所求的 LU 分解求 $Ax = b$ 的解.

3 计算题 10分

给定矩阵 $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix},$

- (1) (7分) 求 A Jordan 标准型 $J_A,$
- (2) (7分) 求 $\sin A + \ln(A^3 + E)$ 的 Jordan 标准型.

设 $P_3(t)$ 是至多 3 次多项式全体形成的线性空间, 对任意 $f(t) \in P_3(t)$, 定义 $P_3(t)$ 上的线性变换如下, $T(f(t)) = (tf(t))'' + f(1)$.

- (1) (7 分) 求 T 的值域 $R(T)$ 的基与核空间 $N(T)$ 的维数,
- (2) (7 分) 将 $R(T)$ 的基扩充成 $P_3(t)$ 的一组新基,
- (3) (7 分) 求 $1-t-t^2-t^3$ 在 (2) 中所求新基下的坐标.