

矩阵论模拟题三

共 4 道题 · 内容提取自网页存档

1 计算题 10 分

给定矩阵 $A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$,

- (1) (7 分) 求 A Jordan 标准型 J .
- (2) (7 分) 求 $e^A + \ln(A^2 + E)$ 的 Jordan 标准型.

2 计算题 10 分

设 $P_3(t)$ 是至多 3 次多项式全体形成的线性空间, 对任意 $f(t) \in P_3(t)$ 定义

$P_3(t)$ 上的线性变换 T 如下, $T(f(t)) = f'(t) + f''(t)$,

- (1) (7 分) 求 T 的值域 $R(T)$ 的基与核空间 $N(T)$ 的维数,
- (2) (7 分) 将 $R(T)$ 的基扩充成 $P_3(t)$ 的一组新基,
- (3) (7 分) 求 $1+t+t^2+t^3$ 在(2)中所求新基下的坐标.

3 计算题 10 分

设 $P_2(t)$ 是至多 2 次多项式全体形成的线性空间,

对任意 $f(t) \in P_2(t), g(t) \in P_2(t)$, 定义内积 $(f(t), g(t)) = \int_{-1}^1 f(t)g(t)dt$,

(1) (7 分) 求多项式 $1+t$ 的长度,

(2) (7 分) 记 $W = \text{Span}\{1+t\}$, 求 $W^\perp$.

4 计算题 10 分

在线性空间 $R^{2 \times 2}$ 中有下列 5 个向量,

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \beta_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \beta_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

令 $V = \text{span}\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$, $W = \text{span}\{\beta_1, \beta_2\}$,

(1) (7 分) 证明: $\beta_2 \notin V$,

(2) (7 分) 判别 $V+W$ 是否是直和, 并说明理由.