

矩阵论模拟题二

共 4 道题 · 内容提取自网页存档

1 计算题 10 分

设 $P_2(t)$ 是至多 2 次多项式全体形成的线性空间,

对任意 $f(t) \in P_2(t), g(t) \in P_2(t)$, 定义内积 $(f(t), g(t)) = \int_0^1 f(t)g(t)dt$,

- (1) (7 分) 求多项式 $1-t$ 的长度,
- (2) (7 分) 记 $W = \text{Span}\{1-t\}$, 求 $W^\perp$.

2 计算题 10 分

在线性空间 $R^{2 \times 2}$ 中有下列 5 个向量,

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \beta_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \beta_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \beta_3 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

令 $V = \text{span}\{\alpha_1, \alpha_2\}, W = \text{span}\{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$,

- (1) (7 分) 证明: $\alpha_2 \in W$,
- (2) (7 分) 判别 $V+W$ 是否是直和, 并说明理由.

3 计算题 10分

已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 4 \\ -2 & -2 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ 行等价于 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

(1) (7分) 求 A 的满秩分解和 A^+ ,

(2) (2分) 给定 $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, 求出 $Ax = b$ 的极小范数最小二乘解,

(3) (7分) 写出 A^+A 的 Smith 标准型,

(4) (7分) 求 $\|e^{A^+A}\|_F$.

4 计算题 10分

设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 6 & 4 \\ 1 & 5 & 15 & 10 \\ 1 & 13 & 43 & 32 \\ 1 & 9 & 59 & 68 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

(1) (7分) 求 A 的 LU 分解, 其中 L 为单位下三角矩阵, U 为上三角矩阵,

(2) (7分) 利用 (1) 中所求的 LU 分解求 $Ax = b$ 的解.